

Aplikasi Baris dan Deret

1. Bunga

Bunga : Uang yang diberikan dalam persentase dalam suatu Lembaga keuangan

Rumus Bunga :

$$M_n = M + B$$

$$B = M \cdot i$$

M_n = Saldo akhir

M = Modal

B = Bunga

i = Interest (persentase bunga)

A. Bunga Tunggal

Bunga tunggal hanya menggunakan modal utama sebagai perhitungan bunga per periode nya dan Sistem bunga tunggal membentuk barisan aritmetika .

$$M_n = M_0(1 + n.i)$$

M_n = Saldo pada periode ke-n

M_0 = Modal

n = Bulan ke- (periode)

i = Interest (persentase bunga)

B. Bunga Majemuk

Sistem Bunga majemuk menggunakan saldo pada periode tersebut dalam perhitungan nilai bunga yang terkumpul.

Perhitungan dengan sistem bunga majemuk membentuk barisan geometri dengan rumus :

$$M_n = M_0(1 + i)^n$$

M_n = Saldo pada periode ke-n

M_0 = Modal

n = Bulan ke- (periode)

i = Interest (persentase bunga)

Contoh Soal :

Pak Hamzah berniat untuk menabung di bank sebesar Rp 45.000.000 selama 2 tahun. Pak Hamzah memiliki 2 pilihan bank, Bank 1 menawarkan bunga tunggal sebesar 22%/tahun sedangkan Bank 2 menawarkan bunga majemuk sebesar 20%/tahun. Bank manakah yang akan memberikan keuntungan lebih besar untuk pak Hamzah?

Diketahui :

$$M = 45.000.000$$

$$n = 2 \text{ tahun}$$

$$b_1 = 22\%(\text{tunggal})$$

$$b_2 = 20\%(\text{majemuk})$$

bank 1 :

$$M_n = M(1 + nb)$$

$$M_7 = 45.000.000(1 + 2 \times 0.22)$$

$$M_7 = 64800000$$

bank 2

$$M_n = M(1 + b)^n$$

$$M_7 = 45.000.000(1 + 0.2)^2$$

$$M_7 = 64800000$$

Kedua bank memberikan keuntungan yang sama selama periode dua tahun

2. Pertumbuhan dan Peluruhan

Pertumbuhan dan peluruhan dapat menggunakan rumus barisan aritmetika atau barisan geometri sesuai soal

Contoh Soal :

Sebuah hutan di Kalimantan berukuran 75000 m^2 mengalami sebuah kebakaran hutan dengan setiap bulanya membakar 5000 m^2 hutan tersebut, setiap bulan api membesar sebanyak 2 kali lipat dari bulan sebelumnya, berapakah waktu yang dibutuhkan untuk api tersebut membakar keseluruhan hutan tersebut?

$$U_1 = 5000$$

$$r = 2$$

$$S_n = 75000$$

$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}$$

$$75000 = \frac{5000(2^n - 1)}{2 - 1}$$

$$15 = \frac{2^n - 1}{1}$$

$$15 = 2^n - 1$$

$$16 = 2^n$$

$$n = 4 \text{ bulan}$$

3. Anuitas

Anuitas adalah sebuah sistem yang biasa digunakan untuk peminjaman kredit, atau cicilan barang. Sistem anuitas menggunakan prinsip baris dan deret geometri dalam pengimplementasiannya.

Anuitas adalah jumlah dari angsuran pokok + bunga.

Berikut adalah contoh tabel pembayaran pinjaman menggunakan sistem anuitas

Tahun ke	Pinjaman awal tahun	Anuitas A ⁺ = Rp2.100.000.00		Sisa pinjaman akhir tahun
		Bunga (12%)	angsuran	
1	Rp10.000.000.00	Rp1.200.000.00	Rp 900.000.00	Rp9.100.000.00
2	Rp 9.100.000.00	Rp1.092.000.00	Rp1.008.000.00	Rp8.092.000.00
3	Rp 8.092.000.00	Rp 971.040.00	Rp1.128.960.00	Rp6.963.040.00
4	Rp 6.963.040.00	Rp 835.564.80	Rp1.264.435.20	Rp5.698.604.80
5	Rp 5.698.604.80	Rp 683.832.58	Rp1.416.167.42	Rp4.282.437.38
6	Rp 4.282.437.38	Rp 513.892.49	Rp1.586.107.51	Rp2.696.329.86
7	Rp 2.696.329.86	Rp 323.559.58	Rp1.776.440.42	Rp 919.889.44
8	Rp919.889.44	Rp 110.386.73	Rp919.889.44	0

Rumus – rumus Anuitas :

$$A = a_n + b_n$$

$$A = \frac{M i}{1 - (1+i)^{-n}}$$

$$a_n = a_1(1+i)^{n-1}$$

$$a_n = a_k(1+i)^{n-k}$$

$$M_n = M_{n-1} - a_n$$

$$M_n = (1+i)^n \left(M - \frac{A}{i} \right) + \frac{A}{i}$$

Ket :

A = Anuitas

a_n = angsuran pokok

i = suku bunga

M = Modal awal

n = Periode

Contoh Soal :

Sebuah Lembaga keuangan memberikan pinjaman dengan sistem anuitas sebesar Rp30.000.000 dengan bunga sebesar 1% per bulan dengan waktu pelunasan selama 2 tahun. Tentukan anuitas dari pinjaman tersebut.

Diketahui :

$$M = 30.000.000$$

$$i = 1\% = 0.01$$

$$n = 2 \text{ tahun} = 24 \text{ bulan}$$

$$\text{Rumus Anuitas} = \frac{M i}{1 - (1+i)^{-n}}$$

$$A = \frac{30.000.000 \times 0.01}{1 - (1 + 0.01)^{-24}}$$

$$A = \frac{300.000}{1 - 1.01^{-24}}$$

$$A = \text{Rp } 1.412.204$$

4. Contoh soal lanjutan Baris dan Deret Geometri

1. Hitunglah nilai dari

$$1 + \frac{5}{3} + \frac{9}{3^2} + \frac{13}{3^3} + \frac{17}{3^4} + \dots$$

$$2. \quad a_1 = \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^4} + \dots$$

$$a_2 = \frac{1}{3^2} + \frac{1}{3^3} + \frac{1}{3^4} + \dots$$

$$a_3 = \frac{1}{4^2} + \frac{1}{4^3} + \frac{1}{4^4} + \dots$$

:

Hitunglah nilai dari $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + \dots + a_n$

Jawaban :

1.

$$S = 1 + \frac{5}{3} + \frac{9}{3^2} + \frac{13}{3^3} + \frac{17}{3^4} + \dots$$

$$\frac{1}{3}S = \frac{1}{3} + \frac{5}{3^2} + \frac{9}{3^3} + \frac{13}{3^4} + \frac{17}{3^5} + \dots$$

$$\frac{2}{3}S = 1 + \frac{4}{3} + \frac{4}{3^2} + \frac{4}{3^3} + \frac{4}{3^4} + \dots$$

$$\frac{2}{3}S = 1 + \frac{\frac{4}{3}}{1 - \frac{1}{3}}$$

$$\frac{2}{3}S = 1 + 2$$

$$\frac{2}{3}S = 3$$

$$S = 4.5$$

$$2. \quad a_n = \frac{1}{1 - \frac{1}{n+1}}$$

$$a_n = \frac{\frac{1}{(n+1)^2}}{\frac{n}{n+1}}$$

$$a_n = \frac{1}{\frac{n}{n+1}(n+1)^2}$$

$$a_n = \frac{1}{n(n+1)}$$

$$a_1 + a_2 + a_3 \dots + a_n = \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} \dots + \frac{1}{n(n+1)}$$

$$a_1 + a_2 + a_3 \dots + a_n = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} \dots + \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$$

$$a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n = 1 - \frac{1}{n+1}$$

8ELAJAR